THREE YEAR B.A. DEGREE EXAMINATION — OCTOBER/NOVEMBER 2018

CHOICE BASED CREDIT SYSTEM

FIFTH SEMESTER

Part I — Mathematics

Paper III — LINEAR ALGEBRA

(Common for B.Sc.)

(*W.e.f. 2017-2018*)

Time : 3 hours

Max. Marks : 75

SECTION - I

విభాగము – I

Answer any FIVE questions.

ఏవేని **ఐదు** ప్రశ్నలకు జవాబులు వ్రాయుము.

(Marks : $5 \times 5 = 25$)

1. Define linear span of a set. Show that the linear span $L(S)$ of any subsets of a vector space $V(F)$ is a subspace of V.

   సమితి యొక్క ఋజు వితస్థిని నిర్వచించి, $V(F)$ అను సదిశాంతరాళము యొక్క ఉపసమితి S యొక్క ఋజు వితస్థి $L(S)$ అనునది V లో ఉపాంతరాళము అని చూపండి.

2. If $S = \{\alpha_1, \alpha_2, \cdots \alpha_n\}$ be a subset of the vector space $V(F)$. If $\alpha_i \in S$ is linear combination of its preceding vectors then show that $L(S) = L(S')$ where $S' = \{\alpha_1, \alpha_2, \cdots \alpha_{i-1}, \alpha_{i+1}, \cdots \alpha_n\}$.

   $V(F)$ అను సదిశాంతరాళములో $S = \{\alpha_1, \alpha_2, \cdots \alpha_n\}$ అనునది ఉపసమితి. అగునట్లు వాటి ముందుండే మూలకాల ఋజుసంయోగము $\alpha_i \in S$ అగునట్లు $L(S) = L(S')$ అని చూపిండి. ఇక్కడ $S' = \{\alpha_1, \alpha_2, \cdots \alpha_{i-1}, \alpha_{i+1}, \cdots \alpha_n\}$.

3. Let $V(F)$ is FDVS and $S = \{\alpha_1, \alpha_2 \cdots \alpha_m\}$ a linear independent subset of V. Then show that either S itself a basis of V or S can be extended to form a basis of V.

   $V(F)$ అనునది పరిమిత పరిమాణు సదిశాంతరాళము మరియు $S = \{\alpha_1, \alpha_2 \cdots \alpha_m\}$ అనునది V లో ఋజు స్వాతంత్ర్య ఉపసమితి అయితే S అనునది ఆధారము అవుతుంది లేదా దానిని V యొక్క ఆధారంగా విస్తరించవచ్చు అని చూపండి.

[P.T.O.]

4. Show that the set $\{(1,0,0)\ (1,1,0), (1,1,1)\}$ is a basis of $\mathbb{C}^3\ (\mathbb{C})$. Hence find the coordinary of the vector $(3+4i, 6i, 3+7i)$ in $\mathbb{C}^3(\mathbb{C})$.

$\{(1,0,0)\ (1,1,0), (1,1,1)\}$ అనునది $\mathbb{C}^3(\mathbb{C})$ యొక్క ఆధారము అని చూపి $\mathbb{C}^3(\mathbb{C})$ లో $(3+4i, 6i, 3+7i)$ అనుసదిశ యొక్క నిరూపకాలు కనుక్కోండి.

5. Find $T(x,y,z)$ where $T:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ is defined by $T(1,1,1)=3$, $T(0,1,-2)=1$, $T(0,0,1)=-2$.

$T:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ ను $T(1,1,1)=3$, $T(0,1,-2)=1$, $T(0,0,1)=-2$ గా నిర్వచిస్తే $T(x,y,z)$ ను కనుక్కోండి.

6. If $U(F)$ and $V(F)$ are two vector spaces and $T:U \to V$ is a linear transformation. Then show that null-space $N(T)$ is sub-space of $U(F)$.

$U(F)$ మరియు $V(F)$ లు రెండు సదిశాంతరాళలు మరియు $T:U \to V$ ఒక రేఖీయ పరివర్తనలయితే శూన్యాంతరాళము $N(T)$ అనునది $U(F)$ కు ఉపాంతరాళము అని చూపండి.

7. Reduce the matrix $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 0 & 3 \\ 1 & -2 & -3 & -3 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ to normal form and hence find its rank.

$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 0 & 3 \\ 1 & -2 & -3 & -3 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ అను మాత్రికను అభిలంబ రూపంలోనికి మార్చి, కోటిని కనుక్కోండి.

8. Solve $x_1 + 2x_2 + x_3 = 2$, $3x_1 + x_2 - 2x_3 = 1$, $4x_1 - 3x_2 - x_3 = 3$, $2x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 4$.

$x_1 + 2x_2 + x_3 = 2$, $3x_1 + x_2 - 2x_3 = 1$, $4x_1 - 3x_2 - x_3 = 3$, $2x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 4$ సాధించండి.

SECTION – II

విభాగము – II

Answer ALL the following questions.

అన్ని ప్రశ్నలకు జవాబులు వ్రాయుము.

(Marks : $5 \times 10 = 50$)

9. (a) State and prove the necessary and sufficient conditions for non-empty subset W of a vector-space is sub-space. (2 + 8)

$V(F)$ అను సదిశాంతరాళములోని, శూన్యేతర ఉపసమితి W అనునది ఉపాంతరాళము కావడానికి ఆవశ్యక, పర్యాప్త నియమాలను నిర్వచించి నిరూపించండి.

Or

(b) If W_1 and W_2 are two sub-space of vector space $V(F)$ then show that $L(W_1 \cup W_2) = W_1 + W_2$. (10)

$V(F)$ సదిశాంతరాళములో W_1, W_2 లు రెండు ఉపాంతరాళాలు అయితే $L(W_1 \cup W_2) = W_1 + W_2$ అని చూపండి.

10. (a) If W_1 and W_2 are two sub-space of FDVS $V(F)$ then show that $\dim(W_1 + W_2) = \dim W_1 + \dim W_2 - \dim(W_1 \cap W_2)$. (10)

$V(F)$ అను పరిమిత పరిమాణు సదిశాంతరాళములో W_1 మరియు W_2 లు రెండు ఉపాంతరాళాలు అయితే $\dim(W_1 + W_2) = \dim W_1 + \dim W_2 - \dim(W_1 \cap W_2)$ అని చూపండి.

Or

(b) Show that any two bases of FDVS must has same number of elements. (10)

ఒక పరిమిత పరిమాణు సదిశాంతరాళము యొక్క ఏ రెండు ఆధారాలలోని మూలకాల సంఖ్య సమానము అని చూపండి.

11. (a) State and prove Rank-Nullity theorem. (2 + 8)

కోటి-శూన్యతా సిద్ధాంతాన్ని నిర్వచించి, నిరూపించండి.

Or

(b) If $T : V_4(\mathbb{R}) \to V_3(\mathbb{R})$ is a linear transformation defined by $T(a,b,c,d) = (a - b + c + d,\ a + 2c - d,\ a + b + 3c - 3d)$ for $a,b,c,d \in \mathbb{R}$ then find range, rank, Null-space and Nullity.

$T : V_4(\mathbb{R}) \to V_3(\mathbb{R})$ అను ఋజుపరివర్తనను $T(a,b,c,d) = (a - b + c + d,\ a + 2c - d,\ a + b + 3c - 3d)$ $a,b,c,d \in \mathbb{R}$ గా నిర్వచిస్తే వ్యాప్తి, కోటి, శూన్యంతరాళము మరియు శూన్యతలను కనుక్కోండి.

12. (a) Find characteristic roots and the corresponding characteristic vectors of the matrix $\begin{bmatrix} 8 & -6 & 2 \\ -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 3 \end{bmatrix}$. (3 + 7)

$\begin{bmatrix} 8 & -6 & 2 \\ -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 3 \end{bmatrix}$ అను మాత్రిక యొక్క లాక్షణిక మూలాలు మరియు లాక్షణిక సదిశలను కనుక్కోండి.

Or

(b) State and prove Cayley-Hamilton theorem. (2 + 8)

కేలీ–హామిల్టన్ సిద్ధాంతాన్ని నిర్వచించి నిరూపించండి.

13. (a) If α, β are two vectors in an inner product space then α, β are linearly dependent iff $|<\alpha, \beta>| = \|\alpha\| \cdot \|\beta\|$. (10)

α, β లు అంతర్లబ్ధాంతరాళములోని రెండు సదిశతలు అయితే α, β లు ఋజుపరాధీనాలు కావడానికి $|<\alpha, \beta>| = \|\alpha\| \cdot \|\beta\|$ అనునది ఆవశ్యక, పర్యాప్త నియమము అని చూపండి.

Or

(b) If u, v are two vectors in a complex inner product space with standard inner product then prove that $4 < u,v >= \|u+v\|^2 - \|u-v\|^2 + i\|u+iv\|^2 - i\|u-iv\|^2$. (10)

u, v లు సంకీర్ణ అంతర్లబ్ధాంతరాళములోని రెండు సదిశలు అయితే ప్రమాణ అంతర్లబ్ధము దృష్ట్యా $4 < u,v >= \|u+v\|^2 - \|u-v\|^2 + i\|u+iv\|^2 - i\|u-iv\|^2$ అని చూపండి.

THREE YEAR B.A. DEGREE EXAMINATION — OCTOBER/NOVEMBER, 2018.

(CHOICE BASED CREDIT SYSTEM)

FIFTH SEMESTER

Part I — Mathematics

Paper II — RING THEORY AND VECTOR CALCULUS

(Common for B.Sc.)

(*W.e.f. 2017-2018*)

Time : 3 hours Max. Marks : 75

SECTION – A

సెక్షన్ – ఎ

Answer any FIVE of the following.

ఏవేని ఐదు ప్రశ్నలకు జవాబులు వ్రాయుము.

(Marks : $5 \times 5 = 25$)

1. Define zero divisors of a ring. Show that every field is integral domain. (1+4)
వలయములోని శూన్య భాజకాలను నిర్వచించి, ప్రతి క్షేత్రము పూర్ణాంక ప్రదేశము అవుతుందని చూపండి.

2. Define characteristic of a ring. Show that characteristic of integral domain is either prime or zero.
వలయము యొక్క లాక్షణికమును నిర్వచించి, ఒక పూర్ణాంక ప్రదేశము యొక్క లాక్షణికము ప్రధాన సంఖ్య లేదా శూన్యము అని చూపండి.

3. Show that the Ideals of a field F are only $\{0\}$ and F itself.
F అను క్షేత్రంలో $\{0\}$ మరియు F లు మాత్రమే ఆదర్శాలు అని చూపండి.

4. If $Z\sqrt{2} = \{m + n\sqrt{2} / m, n \in Z\}$ be a ring under addition and multiplication of numbers. Prove that $f : Z\sqrt{2} \to Z\sqrt{2}$ defined by $f(m + n\sqrt{2}) = m - n\sqrt{2}$ is an automorphism. (5)
$Z\sqrt{2} = \{m + n\sqrt{2} / m, n \in Z\}$ అనునది సంకలన మరియు గుణకారముల దృష్ట్యా వలయము అయితే $f : Z\sqrt{2} \to Z\sqrt{2}$ ను $f(m + n\sqrt{2}) = m - n\sqrt{2}$ గా నిర్వచిస్తే ఇది స్వయం తుల్యరూపతలు అని చూపండి.

5. Show that intersection of two ideals is of only ideal. (5)
రెండు ఆదర్శాల ఛేదకము ఆదర్శము అని చూపండి.

[P.T.O.]

6. Prove that $\nabla r^n = n r^{n-2} \bar{r}$. (5)

$\nabla r^n = n r^{n-2} \bar{r}$ అని చూపండి.

7. Find $div \overline{F}$ and $curl\ F$ where $\overline{F} = x^2 z \bar{i} - 2y^3 z^3 \bar{j} + x y^2 z \bar{k}$ at $(1, -1, 1)$. (5)

$\overline{F} = x^2 z \bar{i} - 2y^3 z^3 \bar{j} + x y^2 z \bar{k}$ అయితే $(1, -1, 1)$ వద్ద $div \overline{F}$ మరియు $curl\ F$ విలువలు కనుక్కోండి.

8. If $\overline{F} = 3xy\bar{i} - y^2 \bar{j}$ evaluate $\int_C \overline{F} \cdot d\bar{r}$ where C is the curve $y = 2x^2$ in xy plane from $(0, 0)$ to $(1, 2)$. (5)

$\overline{F} = 3xy\bar{i} - y^2 \bar{j}$ అయితే $\int_C \overline{F} \cdot d\bar{r}$ విలువ కనుక్కోండి. ఇక్కడ C అనునది $y = 2x^2$ అను xy తలములోని $(0, 0)$ మరియు $(1, 2)$ ల వద్ద వున్న వక్రము.

9. Show that $\int_S (ax\bar{i} + by\bar{j} + cz\bar{k}) \cdot \overline{N}\, ds = \frac{4\pi}{3}(a+b+c)$ where S is the surface of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 1$. (5)

$\int_S (ax\bar{i} + by\bar{j} + cz\bar{k}) \cdot \overline{N}\, ds = \frac{4\pi}{3}(a+b+c)$ అని చూపండి. ఇక్కడ S అనునది $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ అను గోళ ఉపరితలము.

10. Evaluate $\oint_C (\cos x \sin y - xy)\, dx + \sin x \cos y\, dy$, by Green's theorem where C is the circle $x^2 + y^2 = 1$. (5)

గ్రీన్స్ సిద్ధాంతమునుపయోగించి $\oint_C (\cos x \sin y - xy)\, dx + \sin x \cos y\, dy$ సాధించండి. ఇక్కడ C అనునది $x^2 + y^2 = 1$ అను వృత్తము.

SECTION – B

సెక్షన్ – బి

Answer any ALL questions.

అన్ని ప్రశ్నలకు జవాబు వ్రాయుము.

(Marks : $5 \times 10 = 50$)

11. (a) Prove that $Z(i) = \{a + ib / a, b \in Z\}$ of Gaussian integers is an integral Domain w.r.to addition and multiplication of numbers. (10)

$Z(i) = \{a + ib / a, b \in Z\}$ అను గాసియన్ పూర్ణాంకాల సమితి సంకలన, గుణకారముల దృష్ట్యా పూర్ణాంక ప్రదేశము అని చూపండి.

Or

(b) Show that a finite integral Domain is a field. (10)

పరిమిత పూర్ణాంక ప్రదేశము క్షేత్రము అని చూపండి.

12. (a) If V_1 and V_2 are two Ideals of a ring R then $V_1 \cup V_2$ is an ideal of R if and only if $V_1 \subset V_2$ or $V_2 \subset V_1$ (10)

R అను వలయములో V_1 మరియు V_2 లు రెండు ఆదర్శాలు అయితే $V_1 \cup V_2$ ఆదర్శము కావడానికి $V_1 \subset V_2$ లేదా $V_2 \subset V_1$ అనునది ఆవశ్యక, పర్యాప్త నియమము అని చూపండి.

Or

(b) State and prove fundamental theorem of ring homomorphism. (2+8)

వలయ సమరూపతా మూల సిద్ధాంతాన్ని నిర్వచించి నిరూపించండి.

13. (a) If $\overline{a}$ is a constant vector, prove that

$curl \frac{\overline{a} \times \overline{r}}{r^3} = -\frac{\overline{a}}{r^3} + \frac{3\overline{r}}{r^5}(\overline{a} . \overline{r})$. (10)

$\overline{a}$ స్థిర సదిశ అయితే $curl \frac{\overline{a} \times \overline{r}}{r^3} = -\frac{\overline{a}}{r^3} + \frac{3\overline{r}}{r^5}(\overline{a} . \overline{r})$ అని చూపండి.

Or

(b) Prove that $\nabla \times (\nabla \times \overline{A}) = \nabla(\nabla \cdot \overline{A}) - \nabla^2 \overline{A}$. (10)

$\nabla \times (\nabla \times \overline{A}) = \nabla(\nabla \cdot \overline{A}) - \nabla^2 \overline{A}$ అని చూపండి.

14. (a) Evaluate $\int_S \overline{F}.\overline{N}\, dS$, where $\overline{F} = z\overline{i} + x\overline{j} - 3y^2 z\overline{k}$ and S is the surface $x^2 + y^2 = 16$ included in the first octant between $z = 0$ and $z = 5$. (10)

$\overline{F} = z\overline{i} + x\overline{j} - 3y^2 z\overline{k}$ మరియు $x^2 + y^2 = 16$ అను S ఉపరితలము మొదటి పార్శ్వంలో $z = 0$ మరియు $z = 5$ ల మధ్య వుండునట్లు $\int_S \overline{F}.\overline{N}\, dS$ విలువ కనుక్కోండి.

Or

(b) If $\overline{F} = (3x^2 + 6y)\overline{i} - 14yz\overline{j} + 20xz^2\overline{k}$ calculate $\int_c \overline{F} \cdot d\overline{r}$ along the lines from $(0, 0, 0)$ to $(1,0,0)$ then to $(1,1,0)$ and then to $(1,1,1)$. (10)

$\overline{F} = (3x^2 + 6y)\overline{i} - 14yz\overline{j} + 20xz^2\overline{k}$ అయితే $\int_c \overline{F} \cdot d\overline{r}$ విలువను $(1,0,0)$ to $(1,1,0)$ to $(1,1,1)$ ల మధ్య వున్న సరళ రేఖల వెంబడి కనుక్కోండి.

15. (a) State and prove Green's theorem in a plane. (2+8)

సమతలంలో గ్రీన్స్ సిద్ధాంతాన్ని నిర్వచించి నిరూపించండి.

Or

(b) Verify stoker theorem for $\overline{A}=(2x-y)\overline{i}-yz^2\overline{j}-y^2z\overline{k}$, where S is upper half surface of the sphere $x^2+y^2+z^2=1$ and C is its boundary. (10)

$\overline{A}=(2x-y)\overline{i}-yz^2\overline{j}-y^2z\overline{k}$ అయితే స్టోక్స్ సిద్ధాంతాన్ని సరి చూడండి. ఇక్కడ S అనునది $x^2+y^2+z^2=1$ అను గోళానికి ఎగువ అర్థ ఉపరితలము.

[Total No. of Pages : 4

1-5-126

THREE YEAR B.A./B.Sc. DEGREE EXAMINATION/DECEMBER - 2017

CHOICE BASED CREDIT SYSTEM

FIFTH SEMESTER

PART - I - MATHEMATICS

Paper -3 : Linear Algebra

(Common for B.Sc.)

(W.e.f. 2017-2018)

Time : 3 Hours

Max. Marks :75

Section - I

సెక్షన్ - ఎ

Answer any Five questions. (5×5=25)

ఏవేని ఐదు ప్రశ్నలకు జవాబులు వ్రాయుము.

1. State and prove the Necessary and sufficient condition for non-empty subset w of a vector space $V(F)$ to become a vector sub-space.

   $V(F)$ అను సదిశాంతరాళంలోని శూన్యాతర ఉప సమితి w అనునది సదిశా ఉపాంతరాళము కావడానికి ఆవశ్యక, పర్యాప్త నియమమును నిర్వచించి నిరూపించండి.

2. Define Linear dependance and Linear Independence of vectors. Show that $\{(1,3,2),(1,-7,-8)(2,1,-1)\}$ of $V_3(R)$ is Linearly dependent.

   ఋజుపరాధీన, ఋజుస్వాతంత్ర్య సదిశలను నిర్వచించి, $\{(1,3,2),(1,-7,-8)(2,1,-1)\}$ అను $V_3(R)$y లోని సదిశలు ఋజుపరాధీనాలు అని చూపండి.

3. If $V(F)$ is FDVS then show that there exists a basis set of V

   $V(F)$ పరిమిత పరిమాణ సదిశాంతరాళమయితే, V లో ఆధార సమితి వ్యవస్థితమని చూపండి.

4. Find a linear Transformation in $T : R^2 \to R^2$ such that $T(2,3) = (4,5)$ and $T(1,0) = (0,0)$

$T(2,3) = (4,5)$ మరియు $T(1,0) = (0,0)$ అగునట్లు $T : R^2 \to R^2$ అను ఋజుపరివర్తనను కనుక్కోండి.

5. Define Null-Space of Linear Transformation $T : v \to V$ is linear transformation then show that the Null - space *N(T)* is sub-space of $V(F)$

రేఖీయ పరివర్తన యొక్క శూన్యాంతరాళము ను నిర్వచించండి. $T : v \to V$ ఋజుపరివర్తనములో *N(T)* ను శూన్యాంతరాళము $V(F)$ యొక్క ఉపాంతరాళము అని చూపండి.

6. Reduce the Matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 & 6 \\ 1 & 3 & -3 & -4 \\ 5 & 3 & 3 & 11 \end{bmatrix}$ to Normal form and hence find its rank.

$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 & 6 \\ 1 & 3 & -3 & -4 \\ 5 & 3 & 3 & 11 \end{bmatrix}$ అను మాత్రికను అభిలంబ రూపంలో మార్చి కోటిను కనుక్కోండి.

7. Solve $x_1 + 2x_3 - 2x_4 = 0$, $2x_1 - x_2 - x_4 = 0$, $x_1 + 2x_3 - x_4 = 0$, $4x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 0$ సాధించండి.

8. Prove that $S = \left\{ \left(\frac{1}{3}, \frac{-2}{3}, \frac{-2}{3} \right), \left(\frac{2}{3}, \frac{-1}{3}, \frac{2}{3} \right), \left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{-1}{3} \right) \right\}$ is an orthonormal set in R^3 with standard inner product

$S = \left\{ \left(\frac{1}{3}, \frac{-2}{3}, \frac{-2}{3} \right), \left(\frac{2}{3}, \frac{-1}{3}, \frac{2}{3} \right), \left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{-1}{3} \right) \right\}$ అనుసమితి R^3 లోని క్రమఅంతర్లబ్దము దృష్ట్యా లంబాభి లంబ సమితి అని చూపండి

Section - II

Answer all questions. (5×10=50)

అన్ని ప్రశ్నలకు జవాబులు వ్రాయుము.

9. a) Show that union of two sub-space is a sub-space iff one is contained in the Auer.

రెండు ఉపాంతరాళల సమ్మేళనము ఉపాంతరాళము కావడానికి ఒకటి మరొకదానికి ఉపసమితి అనునది ఆవశ్యక, పర్యాప్త నియమము అని చూపండి.

OR/లేదా

b) Define Linear combination of vector and Linear span of a set. Show that the linear span *L(S)* of any subset S of vector space $V(F)$ is sub-space of *V(F)*.

సదిశల ఋజుసంయోగము మరియు ఋజు వితప్తి సమితులను నిర్వచించి, $V(F)$ యొక్క ఉపసమితి న యొక్క ఋజు వితప్తి *L(S)* అనునది $V(F)$ అను సదిశాంతరాళానికి ఉపాంతరాళమని చూపండి.

10. a) Let $V(F)$ is FDVS. Show that any two bases of V have same number of elements.

$V(F)$ అనునది పరిమిత పరిమాణ సదిశాంతరాళము అయితే V లోని ఏవేని రెండు ఆధారాల మూలకాల సంఖ్య సమానము అని చూపండి.

R/లేదా

b) Let w_1 and w_2 are two sub-space of $\mathbb{R}^4$ given by $w_1 = \{(a,b,c,d)/(b-2c+d=0)\}$, $w_2 = \{(a,b,c,d)/a=d, b=2c\}$. Find the basis and dimension of $w_1, w_2, w_1 \cap w_2$ and hence find $\dim(w_1+w_2)$

w_1, w_2 లు $\mathbb{R}^4$ లో రెండు ఉపాంతరాళాలు $w_1 = \{(a,b,c,d)/(b-2c+d=0)\}$, $w_2 = \{(a,b,c,d)/a=d, b=2c\}$ అయితే $w_1, w_2, w_1 \cap w_2$ ల ఆధార మరియు పరిమాణాలు కనుగొని $\dim(w_1+w_2)$ విలువ కనుక్కోండి.

11. a) State and prove Rank-Nullity theorem.

శూన్యత - కోటి సిద్ధాంతాన్ని నిర్వచించి నిరూపించండి.

OR/లేదా

b) If $T: V_4(\mathbb{R}) \to V_3(\mathbb{R})$ is Linear Transformation defined by $T(a,b,c,d) = (a-b+c+d, a+2c-d, a+b+3c-3d)$ for $a,b,c,d \in \mathbb{R}$ verify $\rho(T) + \upsilon(T) = Dim V_4(\mathbb{R})$

$T: V_4(\mathbb{R}) \to V_3(\mathbb{R})$ అను రుజుపరివర్తనను $T(a,b,c,d) = (a-b+c+d, a+2c-d, a+b+3c-3d)$ గా నిర్వచిస్తే $a,b,c,d \in \mathbb{R}$ $\rho(T) + \upsilon(T) = Dim V_4(\mathbb{R})$ ను సరిచూపండి.

12. a) State and prove cayley-Hamilton theorem.

కేలీ-హామిల్టన్ సిద్ధాంతాన్ని నిర్వచించి నిరూపించండి.

OR/లేదా

b) Find eigen values and eigen vector of the Matrix $\begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$

మాత్రిక యొక్క ఐగన్ విలువలు మరియు ఐగన్ సదిశలు కనుక్కోండి.

13. a) In an inner product space $V(F)$, show that $|<\alpha,\beta>| \le \|\alpha\|.\|\beta\|, \forall \alpha,\beta \in V$.

$V(F)$ అను అంతర్లబ్ధాంతరాళంలో $|<\alpha,\beta>| \le \|\alpha\|.\|\beta\|, \forall \alpha,\beta \in V$ అని చూపండి.

OR/లేదా

b) Define orthogonal set and orthonormal set show that in an inner product space any orthonormal set of vectors is linearly independent.

లంబ మరియు లంబాబి లంబ సమితులను నిర్వచించి, అంతర్లబ్ధాంతరాళంలోని లంబాబి లంబ సదిశల సమితి ఋజు స్వాతంత్ర్యాలు అని చూపండి.

++++